LA « MATHÉMATIQUE UNIVERSELLE » ENTRE MATHÉMATIQUE ET PHILOSOPHIE, D'ARISTOTE À PROCLUS

David Rabouin

Centre Sèvres | « Archives de Philosophie »

2005/2 Tome 68 | pages 249 à 268

ISSN 0003-9632

La « mathématique universelle » entre mathématique et philosophie, d'Aristote à Proclus *

DAVID RABOUIN

CIEPF — Ecole Normale Supérieure

L'idée de « mathématique universelle », rendue célèbre par la *mathesis universalis* des Classiques, s'inscrit dans une longue histoire qui reste encore mal connue. Dès son origine ancienne, elle porte un mystère qui transparaît jusque dans ses usages modernes et en brouille les contours : doit-on y voir plutôt un programme de type philosophique (usage dominant chez les « historiens de la philosophie ») ou une théorie mathématique, à laquelle se seraient intéressés à l'occasion des philosophes (usage dominant chez les « historiens des sciences ») [1] ? On aimerait pouvoir dire d'emblée que cette position du problème est insatisfaisante, puisqu'elle néglige le dialogue engagé entre philosophie et mathématiques dès l'Antiquité, mais le fait est qu'elle subsiste. Le but de cet article est d'affronter directement cette difficulté en restant au plus près des textes du corpus (ceux où est explicitement mentionnée une « mathématique universelle » et qui sont tous, dans l'état actuel des connaissances, dus à des philosophes). Partant du seul témoignage complet préservé à ce jour, celui des néoplatoniciens Jamblique et Proclus, on essayera d'indiquer que l'ambiguïté y est présente et repose sur une difficulté évidente : d'un côté, ils cherchent à s'appuyer sur une donnée mathématique, mais de l'autre ils sont conscients que les exemples qu'ils donnent ne satisfont pas pleinement au critère d'universalité. Pour comprendre leur démarche, il paraît alors nécessaire de revenir à l'interlocuteur constant de ces débats et premier auteur à avoir mentionné une « mathématique universelle » : Aristote.

Ce parcours n'aura donc pas la prétention de dresser un tableau complet de *ce qu'est* la « mathématique universelle » pour les Anciens, comme cela a

* Ce travail n'aurait pu voir le jour sans l'aide du Groupe de lecture sur l'*In Euclidem* de Proclus, dirigé par Bernard Vitrac et Alain Lernould à l'Ecole Normale Supérieure. Que ses participants en soient remerciés, notamment Bernard Vitrac, Gerald Bechtle, Thomas Bénatouïl, Alain Bernard et Arnaud Macé, dont la lecture critique a beaucoup contribué à l'amélioration de ce texte.

1. Pour des exemples de ces deux « usages », voir notes 8 et 32.

été souvent fait, mais d'en ouvrir la dimension problématique : sommes-nous capables de dire pourquoi la philosophie ancienne s'est intéressée à l'idée d'une « mathématique universelle » et dans quelle mesure elle se référait alors à une donnée mathématique? A cette question, nous aimerions montrer qu'il est possible d'apporter des réponses sans s'engager dans des conjectures trop fortes dès lors qu'on étudie ensemble les différents moments de cette histoire. En effet, la question du statut de l'universel (καθόλου) apparaît comme ayant été un lieu de partage dans la métaphysique ancienne. Or nombre des décisions aristotéliciennes à cet égard (refus de la séparation, position d'équivocité, refus de l'autonomie des relations) s'accompagnent d'une référence forte à ce qu'Aristote considère comme une *donnée* mathématique. On peut bien sûr considérer que cette stratégie est déjà tout entière de l'ordre de l'interprétation philosophique, mais nous aimerions montrer que la position d'Aristote offre une résistance plus grande qu'on ne l'a cru à cette manière commode de séparer le philosophique du mathématique. C'est cette résistance qui nourrira d'ailleurs les réflexions des philosophes comme des mathématiciens jusqu'à l'âge classique au moins.

1. Le programme néoplatonicien

1.1. Position du problème

L'idée de « mathématique universelle » antique semble connaître son heure de gloire assez tardivement, au temps du dernier néo-platonisme. En témoignent les deux seuls traités conservés qui y soient explicitement consacrés : *Sur la science mathématique commune* de Jamblique [2] et le *Commentaire au premier livre des Eléments d'Euclide* de Proclus, principalement le premier prologue, d'ailleurs titré par un traducteur de la Renaissance « Sur la science mathématique universelle » [3]. Dans l'état actuel des connaissances, il n'est pas aisé de déterminer s'il s'agissait d'un « genre », auquel les deux auteurs se seraient pliés après d'autres ou si ce moment est original. Même à cette époque de *floruit* la dénomination est loin d'être fixée — elle ne le sera d'ailleurs pas plus à l'âge classique. Jamblique parle le plus souvent de κοινὴ θεωρία τῶν μαθημάτων, Proclus d'une ὅλη μαθηματική

2. *De Communi mathematica scientia*, éd. N. Festa, Leipzig, Teubner, 1891 (rééd. Stuttgart, 1975).

3. Τίς ἡ καθόλου μαθηματικὴ ἐπιστήμη (C. Dasypodius, *Volumen II mathematicum*, Strasbourg, 1570). Une traduction latine complète avait été donnée quelques années auparavant par F. Barrozzi (Barocius) à Padoue, en 1560. L'édition moderne de référence est celle de G. Friedlein : *Procli Diadochi in Primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii*, Leipzig, Teubner, 1873, rééd. Olms, 1992 [désormais **F**].

(expression déjà présente chez Jamblique), quand Marinus reprend, au détour d'un commentaire, l'expression plus aristotélicienne de καθόλου μαθηματική. C'est donc par commodité et par fidélité à la désignation traditionnelle de ce thème que nous parlerons de « mathématique universelle ».

Une première difficulté apparaît immédiatement : ces témoignages sont très tardifs par rapport au corpus mathématique classique auquel on les rapporte le plus souvent (plus de cinq siècles après l'époque d'Euclide, Archimède ou Apollonius). Pour ne rien faciliter, ils restent étonnamment silencieux sur leurs sources. Proclus mentionne furtivement Eudoxe de Cnide, qui « fut le premier à augmenter le nombre des théorèmes dits universels » (τῶν καθόλου καλουμένων θεωρημάτων) [F 67.4]. Mais théorèmes généraux ou universels et « mathématique générale » ne sont pas pour lui synonymes. Des références plus précises sont avancées, lorsqu'il s'agit de statuer ce qui fait le « lien » (ὁ σύνδεσμος) des *mathêmata* [chap. XIV, F 42.11 *sq*.]. Reprenant ce thème du programme platonicien (*République* 531d et *Timée* 31 d), Proclus se réfère alors à l'interprétation véhiculée par l'*Epinomis* (991 e) et Eratosthène, selon lesquels c'est l'idée d'ἀναλογία (au sens de *médiété* plus que de proportion) qui le fournit. Mais c'est pour mieux objecter alors que l'unité doit être saisie à un niveau plus large dans ce qu'il a désigné auparavant comme « mathématique générale » [F 43.24 *sq*.]. Loin de permettre de se couler dans une tradition, le concept de ὅλη μαθηματική sert donc ici à s'en démarquer.

Deuxième difficulté soulevée par ces témoignages : ils sont philosophiquement très engagés. Les néoplatoniciens ont toutes les raisons de plaider, dans leur dialogue constant avec la doctrine aristotélicienne, pour une version forte de l'unité du savoir, dont une condition nécessaire — mais non suffisante — serait la possibilité d'une unité des mathématiques. Si, en effet, les *mathêmata* ne peuvent manifester par eux-mêmes leur unité et se trouvent dispersés en « genres » incommunicables (le nombre et la grandeur), alors le point de vue unitaire du dialecticien devra reposer, comme l'avait abondamment argumenté le Stagirite, sur une irréductible équivocité de l'être, la « dialectique » ne pouvant dès lors faire valoir son point de vue universel que dans l'extériorité, à la manière d'une « logique ».

Ce problème était vraisemblablement devenu plus sensible après la résurgence d'une certaine forme de pythagorisme. Lorsque Proclus décrit les différents modes de classification des mathématiques, il mentionne, en regard de celle de Geminus, cette conception qui distinguait nettement deux genres d'objets : le ποσόν et le πηλίκον, et les deux sciences qui en traitent : l'arithmétique et la géométrie [F 35.27]. Or ce modèle, tiré de Nicomaque et encore très prégnant chez Jamblique, s'accorde plutôt avec le dogme aristotélicien. La question n'était pas soulevée par Nicomaque ou Théon de Smyrne, qui se contentaient de rappeler la nécessité du nombre dans toutes les branches des mathématiques et le modèle d'unité tiré de l'*Epinomis* [4] (que critique précisément Proclus au titre de la « mathématique générale »). Mais, en ne tranchant pas cette question, leurs conceptions de la « parenté » des mathématiques prêtaient le flanc à une position de « science universelle » comme « logique » (plutôt que comme ontologie), que les néoplatoniciens tardifs auront à charge de critiquer. Ces derniers refusent, en effet, qu'une dialectique opérant sur le principe de l'équivocité de l'être puisse avoir d'autre rôle qu'instrumental [5].

Sous ce point de vue, Jamblique, même s'il poursuit à bien des égards l'héritage néopythagoricien, soutient sa « mathématique générale » d'un double coup de force. D'un côté, il pose fermement une seule essence (οὐσία), et à terme un genre commun (κοινὸν γένος) [6], pour toutes les mathématiques — l'un et l'autre fortement corrélés à l'unité d'un genre de connaissance (la διάνοια) et de l'âme (ψυχή). D'un autre côté, il permet à la méthode de se donner directement dans la mathématique — ou, si l'on préfère, soustrait explicitement la méthode mathématique à l'emprise d'une logique opérant dans l'extériorité aux domaines d'objets — et donc assure dans les mathématiques la fondation de tout le savoir [7]. Notre propos n'est pas d'entrer dans le détail des discussions néoplatoniciennes sur le statut de la dialectique par rapport à la logique et aux mathématiques, mais de faire remarquer la forte insertion du thème de la « mathématique universelle » dans un programme philosophique assez particulier, ce qui rend évidemment suspecte l'idée que les philosophes s'intéresseraient ici simplement à une théorie « universelle » qu'ils trouveraient donnée dans les mathématiques [8].

4. Respectivement : *Intro. Ar.* 1.3.5 et *Exp.* 84.8.

5. Voir la présentation de I. Mueller à la réédition de la traduction anglaise (G. Morrow) du *Commentaire* de Proclus (Princeton University Press, 1992), p. XXII-XXIV, ainsi que l'article de H. D. Saffrey, « ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ » (*Recherches sur le néo-platonisme après Plotin*, Vrin, 1990, p. 251-271).

6. Dès les premières lignes du traité (*Comm. Math* 1.3), puis sous la forme singulière d'une ὅλη τῆς μαθηματικῆς οὐσία qui reviendra à plusieurs reprises (13.29 ; 14.43 ; 15.48) et qui réapparaît également dès le second paragraphe du traité de Proclus [F 5.15]. Mais l'expression la plus directement anti-aristotélicienne est certainement celle d'un κοινὸν τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἐπιστήμης γένος détaillée au chapitre 33.

7. Le premier aspect est explicitement abordé par Jamblique aux chapitres 28 et 29. Pour le second, qui définit le projet jamblichéen dans son ensemble, voir F. Romano, « Le rôle de la mathématique dans le projet d'unification des sciences chez Jamblique », dans G. Bechtle et D. O'Meara (éd.), *La Philosophie des mathématiques de l'Antiquité tardive*, Éditions universitaires de Fribourg, 2000.

8. C'est d'ailleurs du point de vue du programme philosophique qu'elle a été étudiée principalement par les historiens de la philosophie depuis les travaux de P. Merlan, *From Platonism to Neoplatonism*, La Haye, Nijhoff, 1960, qui y discernait le dernier rejeton d'une lignée qu'on pouvait faire remonter jusqu'à Speusippe. Cette piste est également suivie par L. M. Napolitano Valditara, *Le idee, i numeri, l'ordine. La dottrina della mathesis universalis dall'Academia antica al neoplatonismo*, Naples, Bibliopolis, 1988, qui distingue néan-

Evidemment, rien n'empêche de demander néanmoins sur quelles mathématiques ces programmes se fondent. Jamblique prend explicitement appui sur l'existence de propositions mathématiques communes (κοινὰ θεωρήματα, objets du chap. 5). Il affirme que les sujets (ὑποκείμενα) des mathématiques y sont donnés puisque ces théorèmes s'appliquent aussi bien aux nombres et aux grandeurs (donc à l'harmonique, à l'astronomie et à toutes les disciplines de ce genre) [5.5]. Ces propositions concernent les proportions, leurs compositions et séparations, l'égal et l'inégal, les rapports de multiples et sous-multiples, de défauts et d'excès. Appartiennent également à ces traits communs ce qui relève de l'ordre et de la beauté (τὸ κάλλος καὶ ἡ τάξις [5.14]). L'idée est que doit se dégager de leur étude une vision commune, unitaire du savoir, qui reprend le thème platonicien du regard « synoptique » du dialecticien (*Rep*. 531d et 537 c), et aboutit clairement à une approche méthodologique générale [5.37-5.46]. Loin de laisser émerger une théorie mathématique singulière et originale, c'est un catalogue des traits communs tirés à la fois d'Euclide, d'Aristote et de Nicomaque qui semble alors soutenir cette description [9].

Proclus donne des indications comparables, quoiqu'un peu plus précises et plus proches du développement euclidien, dans son chapitre III consacré également aux κοινὰ θεωρήματα et à la « science une » (μία ἐπιστήμη [F 7.18]) qui doit les appréhender. Dans le chapitre suivant (IV), s'interrogeant sur la permutativité des proportions [10], il semble dire que c'est au philosophe d'étudier cette propriété dans toute sa généralité. Après avoir rappelé qu'elle est démontrée à partir de principes spécifiques par le géomètre et l'arithméticien, il s'interroge : « à qui revient-il alors de connaître la permutation, que ce soit dans les grandeurs ou les nombres, ainsi que la séparation des composés, grandeurs ou nombres, et tout aussi bien la composition des séparés ? » [F 9.8-11]. La réponse mobilise le point de vue philosophique exposé depuis le début du *Prologue* : tout savoir et tout niveau de réalité doivent se comprendre à partir d'un rapport un-multiple ; une connaissance des choses divisibles n'est donc pas possible sans une connaissance première et unifiante des indivisés, en l'occurrence la science des Formes [F 9.11-15]. Ce

---

moins un « sens faible » associé à la théorie mathématique. A l'opposé de ces exposés sur le long terme, D. O'Meara a plutôt insisté sur le contexte spécifique qui portait ce thème (notamment l'opposition entre Jamblique et Porphyre d'un côté, puis entre Jamblique et Proclus de l'autre), cf. *Pythagoras Revived*, Oxford, Clarendon Press, 1989. Sur ces questions, voir la récente étude de G. Bechtle : « How to Apply the Modern Concepts of *Mathesis Universalis* and *Scientia Universalis* to Ancient Philosophy. Aristotle, Platonisms, Gilbert of Poitiers, and Descartes », dans K. Corrigan et J. D. Turner (éd.), *Platonisms Ancient and Modern*, à paraître chez Brill, 2005.

9. Sur l'ordre et la beauté, voir *Métaphysique* M 3, 1078 b 1.

10. Exemple tiré d'Aristote, comme Proclus le rappelle dans le commentaire de la proposition 34 [F 391].

schéma de subordination des sciences « particulières » aux sciences « les plus générales » (ὁλικώτεραι) assure de droit l'existence d'une théorie unitaire des mathématiques [11], au-dessus des mathématiques particulières et en dessous de la science de l'être en tant qu'être (qui « n'a pas à examiner les attributs essentiels des nombres, ni ce qui est commun à toutes les quantités (οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς) » [F 9.20-21]).

Une conception comparable se dégage du chap. VII, lorsqu'est mobilisée explicitement la notion de ὅλη μαθηματική. L'essentiel du chapitre a pour but, en effet, de faire valoir le cheminement de la διάνοια (niveau de connaissance propre à la mathématique) qui remonte aux principes intelligibles ou descend jusqu'au sensible. A nouveau, la « mathématique générale » semble prendre son sens dans ce *mouvement*, caractéristique du néoplatonisme, de remontée et de descente, beaucoup plus que dans la donnée d'une théorie clairement délimitée, sur laquelle il s'agirait de faire fond. Ce modèle est également repris au chapitre XIV, lorsqu'il s'agit de statuer sur la question du « lien » et du « sommet » unissant les *mathêmata*. Dans tous ces cas, la « mathématique générale » apparaît donc comme partie intégrante d'un programme à haute teneur philosophique, qui demande à être étudié pour lui-même. Elle reprend l'exigence platonicienne d'une saisie de la συγγένεια et de la κοινωνία des *mathêmata* — deux expressions reprises par Jamblique [5.33; 6.187] — nécessaires au point de vue « synoptique » du dialecticien.

1.2. Une ὅλη μαθηματική *au sens étroit?*

Mais cette piste, qui tendrait à accentuer le caractère purement philosophique de l'idée d'une « mathématique générale » et à laquelle s'attachent de manière privilégiée les historiens de la philosophie, n'est pas totalement satisfaisante. Quelques indications discrètes, mais significatives, nous orientent dans une autre direction. La première apparaît au début du second prologue du commentaire de Proclus. Après avoir rappelé qu'arithmétique et géométrie ont non seulement des principes et des théorèmes propres, mais également des théorèmes communs, il précise, en effet: « De ces propositions communes, certaines sont venues à l'arithmétique de la géométrie, d'autres de l'arithmétique à la géométrie, tandis que d'autres appartiennent également aux deux parce qu'elles descendent jusqu'à elles à partir de la mathématique générale » (τὰ δὲ ὁμοίως ἀμφοτέραις προσῆκεν ἀπὸ τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἐπιστήμης εἰς αὐτὰς καθήκοντα [F 60.19-24]).

Nous comprenons alors pourquoi Proclus a pu avancer auparavant avec précaution. De fait, une unité « interne » est bien considérée ici comme *don-*

11. C'est également le type d'argument auxquels parvenait Jamblique dans son chapitre de conclusion (33).

née, mais elle ne produit qu'une partie des κοινὰ θεωρήματα évoqués au chapitre III. Quel exemple pouvons-nous donner d'une telle théorie ? Proclus mentionne le traitement général des rapports (permutativité, conversion, composition et séparation [F 60.24-26]). D'après cet exemple déjà évoqué dans les chapitres III et IV, le point de vue philosophique (ὅλη μαθηματική « au sens large ») prendrait appui sur un noyau théorique (ὅλη μαθηματική « au sens étroit ») donné dans les mathématiques de manière privilégiée (quoique non nécessairement exclusive) par une théorie des rapports. D'après les opérations décrites, le référent immédiat paraît alors être le livre V des *Eléments* d'Euclide. Mais cette identification, souvent avancée, est loin d'aller de soi. De fait, les premiers chapitres ont bien précisé que le point de vue général devait saisir les propriétés, comme la permutativité « dans les grandeurs ou les nombres ». Or ce n'est justement pas le cas de la théorie du livre V qui traite de la seule grandeur (μέγεθος) (les mêmes propriétés des rapports étant démontrées pour les nombres au livre VII).

Certes, les *Eléments* établissent également au livre X (propositions 5 et 6) qu'un rapport entre grandeurs commensurables est équivalent à un rapport entre nombres. La théorie du livre V, en permettant de traiter les rapports sans distinguer les cas des grandeurs commensurables et incommensurables, pourrait donc être considérée comme ayant « sursumé » ce cas de « communauté » entre nombres et grandeurs. Mais ce n'est pas du tout ce que suggère Proclus :

> La théorie des commensurables est considérée par l'arithmétique en premier et par la géométrie en second, par imitation de celle-ci. C'est pourquoi les deux sciences définissent les commensurables comme ceux qui sont l'un à l'autre dans un rapport de nombre à nombre, et cela implique que la commensurabilité existe d'abord dans les nombres. Car là où il y a nombre, il y a aussi du commensurable, et là où il y a du commensurable, il y a aussi nombre [F 60.26-61.5].

La théorie du commensurable relève donc clairement du cas de figure *opposé* à celui de ce que nous avons appelé la « ὅλη μαθηματική au sens étroit ». L'idée, souvent avancée, que celle-ci était parvenue à « sursumer » ou « englober » celle-là paraît donc plus mystérieuse qu'éclairante.

Ainsi s'esquisse la complexité du rapport qu'entretiennent ici réflexion philosophique et donnée mathématique, qui fait, nous semble-t-il, la substance même du problème d'une « mathématique universelle ». Cette complexité apparaît également dans un autre texte, trop souvent négligé et pourtant essentiel pour éclairer la référence à Euclide : le commentaire aux *Data* donné par Marinus [12]. Le successeur de Proclus y explique, en effet, que la

12. *Commentarium in Euclidis data* (éd. H. Menge, Teubner, 1896). Texte grec et traduction dans M. MICHAUX, *Le Commentaire de Marinus aux Data d'Euclide : étude critique*, Editions de l'Université catholique de Louvain, 1947, coll. « Etudes critiques ».

théorie euclidienne des *Data* « ne doit pas être rangée dans une quelconque de ces disciplines (*scil.* mathématiques spéciales), mais rapportée à la mathématique dite universelle (ἀλλ’ εἰς τὴν καθόλου λεγομένην μαθηματικήν). Celle-ci est la science qui a pour objet les multiplicités (πλήθη), les grandeurs (μεγέθη), les temps (χρόνους), les vitesses (τάχη), et toutes les notions similaires, comme aussi celle qui traite des rapports et proportions et des médiétés (μεσότητας) de toutes sortes » [254.5-13]. Comme support de cette affirmation, Marinus se réfère alors explicitement à Euclide, mais sous une réserve essentielle : « cependant, géomètre avant tout, il a différencié et adapté spécifiquement aux grandeurs les rapports généraux concernant les données, selon la manière suivie dans le cinquième livre des *Eléments*, qui traite des rapports en général (καθόλου), comme du cas spécifique des grandeurs » [13].

Ces indications sont trop maigres pour permettre d’avancer en précision dans notre problème. Mais nous devons en retenir deux traits importants : d’abord, l’idée que la « mathématique universelle » relève simplement d’un programme philosophique n’est pas satisfaisante. A tort ou à raison, ses partisans considèrent qu’une donnée mathématique soutient leur vision unitaire [14] ; mais ils témoignent également d’une claire conscience du fait que l’universalité est problématique dans leur référent immédiat : la mathématique euclidienne. Ce constat est loin d’être anodin. Il oriente notre regard vers le fait que la « philosophie des mathématiques » pourrait émerger ici au plus près de la théorie mathématique, au lieu d’une unité qui semble à la fois évidente et insaisissable.

Deux voies sont alors ouvertes : la première consisterait à étudier ce qui, dans l’évolution des mathématiques, a pu soutenir de telles affirmations. C’est une grande surprise de constater combien nous manquons aujourd’hui d’études de ce type — les commentateurs tardifs ayant trop longtemps été considérés comme de simples aides pour la compréhension des mathématiques classiques. Force est donc ici d’appeler à une telle tâche : plutôt que de lire Proclus ou Marinus comme témoignant de l’existence d’une « mathéma-

13. ...γεωμετρικὸς δὲ ὢν ὁ ἀνὴρ διαφερόντως τοὺς κοινοὺς περὶ τοῦ δεδομένου λόγους τοῖς μεγέθεσιν ἰδίως ἐφήρμοσεν, ὃν τρόπον ἐποίησε καὶ ἐπὶ τῶν καθόλου λόγων ὡς ἐπὶ μεγεθῶν ἰδίως αὐτοὺς πραγματευσάμενος ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ τῆς ἐπιπέδου (254.23-27).

14. Jamblique est beaucoup moins clair que ses successeurs sur ce point. A de nombreux endroits, il semble encore très proche de la conception néopythagoricienne dans laquelle l’unité est donnée par la primauté de l’arithmétique et la « parenté » entre les *mathêmata* (comme celle que manifeste la recherche des médiétés). Pour autant, les chap. 9 et 10 indiquent assez clairement un autre type d’unification par les rapports et proportions, rapportée à la théorie néoplatonicienne de la ψυχή (notamment 9.17-22). L’instabilité introduite par la coexistence de ces deux modèles pourrait être une piste intéressante pour comprendre l’importance du thème de la « mathématique générale » chez un auteur comme Proclus qui tranche clairement en faveur du second.

tique universelle » euclidienne (ou, tout du moins, contemporaine d'Euclide), on aimerait comprendre, à l'inverse, comment les mathématiques de Pappus, de Héron, de Ptolémée, pourraient nous aider à saisir l'émergence de cette lecture si particulière d'Euclide [15]. La seconde piste, qui va nous occuper maintenant, consiste à interroger plus directement le dispositif qui conduit à la tension apparue chez Proclus ou Marinus. Pour le comprendre, il faut se rappeler qu'un des interlocuteurs constants de ces débats est Aristote, qui est le seul auteur connu à avoir parlé de « mathématique universelle » avant eux. Or cette référence est loin d'être indifférente : d'une part, elle maintient un lien possible de l'émergence avec les mathématiques contemporaines d'Euclide (c'est la piste qu'ont privilégiée les historiens des mathématiques) ; de l'autre, elle suspend l'évidence d'un nécessaire ancrage de ce thème dans *une* conception philosophique (en l'occurrence platonicienne) du rôle des mathématiques et de l'unité des savoirs.

2. La mathématique universelle chez Aristote

2.1. Une étrange apparition

Il n'existe que deux mentions explicites d'une mathématique universelle chez Aristote. Elles se trouvent dans la *Métaphysique* et sont très similaires. Dans les deux passages (E 1 et K 7), il ne s'agit pas d'étudier les mathématiques pour elles-mêmes, mais de situer la « philosophie première » – plus exactement, d'en établir le caractère universel (καθόλου). Après avoir identifié cette philosophie première à la théologie, au motif que « la science par excellence doit traiter du genre par excellence » [16], Aristote s'interroge :

> On pourrait, en effet, se demander si la Philosophie première est universelle, ou si elle traite d'un genre particulier et d'une seule réalité, distinction qu'on rencontre au surplus, dans les sciences mathématiques : la Géométrie et l'Astronomie ont pour objet une nature particulière, tandis que celle qui est universelle est commune à toutes (ἀλλ' ἡ μὲν γεωμετρία καὶ ἀστρολογία περί τινα φύσιν εἰσίν, ἡ δὲ καθόλου πασῶν κοινή, 1026a 22-27).

15. Ainsi Eutocius, élève d'Ammonius, donne une démonstration de la composition des rapports (un des exemples donnés par Proclus au chap. IV), censée valoir pour les nombres et pour les grandeurs (pour une traduction des textes et un commentaire, voir W. Knorr, *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*, Boston, Basel, Berlin, Birkhäuser, 1989, p. 155-211).

16. E 1, 1026 a 19-22. Pour les traductions d'Aristote, nous suivons celles de J. Tricot en les modifiant si nécessaire.

Or, l'idée d'une mathématique ne traitant pas d'un genre particulier paraît pour le moins étrange pour qui est familier de la pensée du Stagirite — surtout une fois constaté qu'il ne se contente pas d'en faire mention, mais prend appui sur elle pour soutenir son problème. Nombre de commentateurs, anciens et récents, s'y sont d'ailleurs arrêtés. De fait, tout lecteur des *Analytiques* sait que l'« incommunicabilité » d'un genre à l'autre *en mathématiques* est une pièce maîtresse dans le dispositif visant à montrer qu'un point de vue universel ne peut justement *jamais* se déployer de l'intérieur des *mathêmata*. Toute science nécessite ainsi la position de « principes propres » en plus des « principes communs » et une « science universelle » ne peut précisément se définir que par différence avec ce régime général des *mathêmata* [17].

2.2. La question du καθόλου

L'impression d'« anomalie » portée par le concept de « mathématique universelle » peut néanmoins être atténuée, si nous étudions plus en détail le rôle tenu chez Aristote par le καθόλου mathématique. Ainsi, au livre M 2 de la *Métaphysique*, une partie de l'argument contre le caractère séparé des objets mathématiques est appuyée sur l'existence de propositions mathématiques universelles (καθόλου ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν) :

> En outre, certaines [propositions] universelles sont formulées par les mathématiciens en dehors des substances envisagées (παρὰ ταύτας τὰς οὐσίας). Il y aura donc là une autre substance intermédiaire, séparée tant des Idées que des Intermédiaires, et qui ne sera ni un nombre, ni des points, ni une grandeur, ni un temps. Mais si une pareille substance est impossible à concevoir, il est manifestement impossible qu'elles [les choses mathématiques] soient séparées des sensibles [M 2, 1077 a 9-14].

Même si l'idée est clairement d'indiquer aux platoniciens l'inconsistance de leur tripartition (idées, intermédiaires, sensibles), la structure de l'argument *ad absurdum* laisse apparaître l'incongruité qu'il pourrait y avoir ici à envisager un « sujet commun », distinct des genres d'êtres mathématiques existants, et qui viendrait comme s'ajouter à eux. Cette thèse est rendue parfaitement explicite au début du chapitre suivant :

> De même, en effet, que les propositions universelles dans les mathématiques (τὰ καθόλου ἐν τοῖς μαθήμασιν) ne se rapportent pas à quelque chose de séparé en dehors des grandeurs et des nombres, mais à ceux-là même, considérés toutefois

17. Sur l'incommunicabilité des genres et la nécessité des « principes propres » cf. *An. Post* I, 7 et 10. Sur le fait qu'une science universelle (dialectique ou philosophie première) n'acquiert l'universalité, *par différence avec les mathématiques*, que de ne pas traiter d'un genre particulier cf. *An. Post.* I, 11, 77 a 25-35 ; *Métaphysique* Γ 3, 1005 a 19-30, K 4, 1061 b. 17 *sq.*

> non en tant que possédant la grandeur ou qu'étant divisibles ; de même il est évidemment possible qu'il y ait des propositions et des démonstrations au sujet des grandeurs sensibles elles-mêmes, considérées non en tant que sensibles, mais en tant que possédant telle ou telle propriété définie [M 3, 1077 b 17-23].

On pourrait objecter que la fin de ce passage autorise, à l'inverse, la possibilité d'un « sujet » de second rang, constitué par abstraction sur les genres de la quantité, de la même manière que ces genres sont constitués par abstraction sur les substances sensibles. Nous aurions d'ailleurs là un sujet rêvé pour une « mathématique universelle ». Mais cette interprétation, outre qu'elle inverse le sens de la comparaison, s'appuie sur une conception moderne de l'abstraction qui s'oppose à celle d'Aristote. Pour lui, les genres de la quantité ne sont pas constitués par la simple considération sous tel ou tel aspect général ou formel (« abstrait » au sens moderne) des choses sensibles ; à l'inverse, tel ou tel aspect peut être considéré abstraitement *parce qu*'il thématise un attribut qui appartient *en propre* à un étant sensible (comme il le rappelle dans la suite du passage [1078 a 5]). Cette remarque fait d'ailleurs apparaître du même pas la singularité de l'argument. Le traitement καθόλου revient, en effet, à ne pas tenir compte de la grandeur ou de la divisibilité, alors que ces traits *définissent* les genres mathématiques [18]. Le mystère se déplace donc : nous voyons bien que l'apparition du καθόλου ne contredit pas le caractère incommunicable des genres mathématiques, puisqu'il ne saurait en être « séparé », mais comment la « séparation » pourrait-elle être encore légitime dès lors qu'elle s'aventure hors des attributs propres à chaque genre ?

L'idée d'une attribution plus large que ce qui est attribué par soi (καθ' αὑτό), et pourtant non accidentelle, a-t-elle un sens chez Aristote ? A première vue non, puisque les *Seconds Analytiques* ont expressément lié la connaissance scientifique à un mode d'attribution « à tous, par soi et universelle » (τί λέγομεν τὸ κατὰ παντὸς καὶ τί τὸ καθ' αὑτὸ καὶ τί τὸ καθόλου, 73 a 26-27). Certes, nous voyons bien que ces trois critères pourraient entrer en conflit. La question du καθόλου va précisément être un de ces lieux d'indistinction. Mais la question restera de savoir s'il s'agit alors d'une simple difficulté ou de l'ouverture d'une possibilité réelle. Or ce dernier cas est justement évoqué dans un exemple qui ne saurait nous laisser indifférents : « mais ce qui est par-dessus tout le propre de la quantité, dit en effet Aristote dans les *Catégories*, c'est que peut lui être attribué l'égal et l'inégal » [19]. Il est significatif que cette possibilité d'un « propre » plus large que le niveau des « genres » incommunicables s'ouvre précisément dans la description du

18. Rappelons, par exemple, la définition de Δ, 13 : « On appelle multiplicité ce qui est, en puissance, divisible en parties discontinues, grandeur ce qui est, en puissance, divisible en parties continues » (1020 a 10-11).

19. Ἴδιον δὲ μάλιστα τοῦ ποσοῦ τὸ ἴσον τε καὶ ἄνισον λέγεσθαι, Catégories § 6, 6 a 26.

ποσόν — de même qu'il est significatif que le seul exemple de principe « universel » non purement logique porte également sur le traitement de *l'égal* (*si, de choses égales, on ôte des choses égales, les restes sont égaux*) [20].

2.3. La question du πρός τι

Ce rôle des mathématiques et du problème de l'universalité est très apparent dans une autre question centrale : celle de l'univocité. Le début du livre I de la *Métaphysique* rappelle, en effet, que si l'Un peut se dire de toutes choses, c'est à partir de son sens premier comme « mesure de la quantité » (μέτρῳ τοῦ ποσοῦ). Le ressort de l'argument est d'ailleurs très clairement l'équivocité de la notion d'unité (de mesure) en mathématiques [21]. Mais « l'égal et l'inégal », qui remplissent la condition donnée en M 3 pour la définition d'un niveau καθόλου en mathématiques, offrent une piste non moins intéressante et plus rarement parcourue. Nous savons, en effet, par les livres M et N, que ce couple tenait une place de premier rang dans la doctrine platonicienne, où il valait pour reformulation du couple Un-Multiple [22]. Or cette théorie générale de l'égal et de l'inégal amène un nouvel argument fondateur :

> Le Grand et le Petit, ainsi que les déterminations analogues [23], sont nécessairement des relations (πρός τι). Or la relation est, de toutes [les catégories], celle qui est le moins réalité déterminée ou substance ; elle est même postérieure à la qualité et à la quantité. La relation est, comme nous l'avons dit, une détermination de la quantité (πάθος τι τοῦ ποσοῦ) et elle ne peut être matière, s'il est vrai que soit considérée en général, soit envisagée dans ses parties et espèces, la relation ne puisse être conçue sans quelque autre chose qui lui serve de sujet [N 1 1088 a 20-26 ; voir également 1089 b 10 *sq.*]

Cet argument, dit précisément du *pros ti*, a d'abord été invoqué contre la doctrine pythagoricienne, où le lien avec la mathématique était plus immédiat. Après avoir rappelé au livre A le modèle de l'harmonie du monde, qui permettait d'établir la primauté des nombres (985 b 23-986 a 6), Aristote avance : « si l'on objecte que les êtres sensibles sont des rapports numériques (λόγοι ἀριθμῶν) [*scil.* plutôt que de simples nombres], par exemple une har-

20. *An. Post.* 76 a 41 ; *Met.* K 4, 1061 b 20.

21. *Met.* I, 1, 1052 b 16-19.

22. Pour la position de l'égal et de l'inégal comme principes premiers, voir *Mét.* N 1, 1087 b 5 ; N 5, 1092 b 1. Sur l'établissement du « Grand et Petit » face à l'Un, voir A 6, 987 b 25 ou 988 a 12. Ces deux directions sont explicitement conjointes en I, 5 1056 a 10. Sur le fait qu'il s'agit très clairement de remplacer un principe simple par une relation (πρός τι) voir N 2, 1089 b 10 et 1088 b 30.

23. Quelques lignes plus haut, Aristote a justement mentionné parmi ces déterminations « l'inégal » (1088 a 15).

monie, il est clair qu'il y a quelque chose du moins dont ils sont rapports » [24]. Dans tous ces cas, Aristote reproche donc à certains de ses adversaires d'avoir considéré l'identification de la forme à une relation (πρός τι) ou à des rapports (λόγοι) comme épuisant la question de leur être comme οὐσία. Le point qui nous intéresse est évidemment que la source de cette nouvelle critique (après celle de la séparation et de l'univocité) semble avoir été la position d'une théorie mathématique à laquelle on donnait un rôle de modèle ontologique fort et proprement « universel » [25].

Cette hypothèse d'un caractère central de la théorie des relations entre nombres (égal et inégal ; rapports numériques) trouve une confirmation importante et trop rarement notée dans la description du πρός τι proposée au livre Δ de la *Métaphysique* (§ 15). Aristote détaille en effet un premier sens de cette catégorie — dont il va se démarquer ensuite — *entièrement capturé par les relations entre nombres* (πρός τι κατ' ἀριθμὸν). Partant des trois types fondamentaux du double (διπλάσιον), de l'hémiole (ἡμιόλιον), de l'épimore (ἐπιμόριον), ainsi que de leurs inverses [26], il classe alors les relations selon leur degré de détermination. Le passage est également significatif en ce que l'incommensurable est intégré au classement, alors même que la détermination numérique n'y est plus possible, et en ce que « l'égal » y apparaît, ainsi que le semblable et le même, comme *détermination* du nombre (ἀριθμοῦ πάθος) conçue sous telle ou telle catégorie (quantité, qualité, substance) en regard de l'Un (κατὰ τὸ ἓν) [27]. Un lien fort semble donc avoir existé entre théorie des rapports numériques et théorie générale du *pros ti* (à laquelle on faisait jouer un rôle philosophique fondateur). Ce lien est d'autant plus frappant que les rapports qui soutiennent cette description sont bien ceux qui apparaissent dans la théorie ancienne des harmonies musicales. Les indications qui nous sont données restent maigres puisqu'elles sont négatives, mais le caractère central des trois critiques que nous venons de croiser dans la constitution de la métaphysique aristotélicienne indique *a minima* le caractère central que pouvait tenir ce modèle chez ses prédécesseurs.

24. A 9, 991 b 12-13 ; même critique en N 5, 1092 b 14-15, dans un développement qui fait immédiatement suite à la critique de l'inégal.

25. Sur le lien de la théorie des Idées à la théorie des « Anciens » sur l'Un et le Multiple, qui conduit à mettre au premier plan le rôle du nombre, voir le *Philèbe* 16c-17a (texte qui jouera d'ailleurs un rôle essentiel pour les néoplatoniciens).

26. Lorsqu'un nombre A est augmenté d'une de ses parties pour former un nombre B, on dit que B est à A dans un rapport « épimore ». Si l'augmentation est de moitié, par exemple, le rapport est « hémiole ». Si elle est du tiers, « épitrite », etc. Les intervalles fondamentaux de la gamme sont l'octave (double) et les deux rapports « épimores » de la quarte (épitrite) et de la quinte (hémiole). Sur ces questions, voir l'étude classique de P. TANNERY, « Du rôle de la musique grecque dans le développement de la mathématique pure » (1902), repris dans *Mémoires Scientifiques*, t. III, Paris, J. Gabay, 1995, p. 68-89.

27. 1020 b 26-1021 a 14.

2.4. Le problème du καθόλου *II: la démonstration*

Les textes qui précèdent ont l'avantage d'orienter le regard vers des théories authentiquement mathématiques. Mais ils ne nous disent rien sur l'acceptation par Aristote d'une donnée satisfaisant au critère de l'universalité. Dans tous ces cas, la position d'universalité n'est acceptée que pour en critiquer un usage philosophique et, faute de documents, il n'est pas possible de déterminer s'il existait bien des théories soutenant ces positions et si leur généralité pouvait résister à ces critiques. D'où l'importance d'une troisième apparition du καθόλου en mathématiques, où va s'indiquer cette fois une référence *positive* (et alternative). Il s'agit du passage célèbre des *Analytiques Seconds* sur les différentes manières de manquer l'universalité des démonstrations, où Aristote avance l'exemple suivant:

> La permutativité (ἐναλλάξ) des proportions était démontrée séparément des nombres, des lignes, des figures et des temps, quoiqu'il fût possible de la prouver de tous au moyen d'une démonstration unique. Mais par le fait qu'il n'y avait pas de nom unique pour désigner ce en quoi nombres, longueurs, temps et solides sont un et parce qu'ils diffèrent spécifiquement les uns des autres, cette propriété était prouvée séparément pour chacun. Mais à présent (νῦν), la preuve est universelle, car ce n'est pas en tant que lignes ou nombres qu'ils possèdent l'attribut en question, mais en tant que manifestant le caractère qu'ils sont supposés posséder universellement [*An. Post.* I, 5, 74 a 17-25]

Comme le passage de E 1, ce texte a posé de nombreuses difficultés d'interprétation (notamment sur le sens à donner au νῦν), dans lesquelles nous ne pouvons entrer ici [28]. Mais à s'engager trop vite dans ces difficultés, nombre de lectures ont manqué les indications précieuses données dans les deux reprises de cet exemple, qui en réglaient certaines et sur lesquelles nous aimerions donc insister pour commencer. La première reprise se trouve au chapitre 24 de la première partie. Aristote, ayant établi la primauté logique de la démonstration universelle, doit affronter l'objection que la primauté ontologique du singulier conduirait plutôt à privilégier la démonstration particulière: « on procède, en effet, dans cette démonstration [*scil.* universelle] comme dans l'argument que la proportion (ἀνὰ λόγον) est définie comme étant ni une ligne, ni un nombre, ni un solide, ni une surface, mais quelque chose à part de tout cela »; or « si cette démonstration est plus universelle, et si elle s'applique moins à ce qui est que la démonstration particulière, et produit une opinion fausse, il s'ensuivra que la démonstration universelle est inférieure à celle qui est particulière » [*An. Post.* I, 24, 85 a 30–b 3].

---

28. On trouvera un résumé de ces débats qui se perpétuent jusqu'à la Renaissance au début du livre de G. Crapulli, Mathesis universalis. *Genesi di una idea nel XVI secolo*, Rome, Dell'Ateneo, 1969.

L'erreur provient alors de ce qu'on a fait fond, pour conclure, sur l'existence d'un καθόλου séparé des étants singuliers que la démonstration universelle n'établit justement pas [29]. Le premier intérêt de cette mention est qu'elle indique clairement le lien du thème logique de la démonstration καθόλου, présenté d'abord dans un cadre particulier, au thème philosophique général croisé en M 3 (problème de la séparation de l'universel mathématique). Elle est donc essentielle pour établir la cohérence et la richesse de notre corpus. Mais elle a également l'intérêt d'indiquer que la question ne porte pas seulement sur telle ou telle démonstration, qu'on pourrait toujours supposée isolée, mais bien sur la définition même de la proportion.

La seconde reprise de l'exemple est beaucoup plus inattendue, puisqu'elle affronte directement la difficulté d'une démonstration qui ne porterait pas sur l'essence. Au chapitre 17 de la deuxième partie, Aristote demande, en effet : « Est-il possible que la cause d'un même effet ne soit pas la même dans tous les sujets mais différente ? Ou bien est-ce impossible ? » (II, 17, 99 a 1). A quoi il répond immédiatement que cela paraît impossible si l'effet est démontré « par soi » et que dans le cas contraire, il ne semble pas qu'on ait affaire à des « problèmes » scientifiques. Or ce développement est suivi d'une curieuse précision :

> Si, cependant, ce sont des problèmes, le moyen sera semblable aux extrêmes : si ces derniers sont homonymes, le moyen sera homonyme, et s'ils sont génériquement uns, le moyen le sera aussi. Par exemple, pourquoi la proportion est-elle permutable (ἐναλλὰξ ἀνάλογον) ? La cause est différente pour les lignes et pour les nombres, mais elle est aussi la même : en tant que ce sont des lignes, elle est autre, mais en tant qu'impliquant un accroissement déterminé (αὔξησιν τοιανδί) elle est la même [*An. Post.* II, 17 99 a 2-10].

La suite enchaîne sur le cas de la similitude entre les couleurs et les figures qui repose sur une pure homonymie. Ce cas est clairement opposé à celui de la proportion où une cause unique était identifiable. Cette suite mérite d'être mentionnée parce que la similitude est alors associée à une identité κατ' ἀναλογίαν, ce qui rend discutable l'interprétation courante de la « mathématique universelle » aristotélicienne comme relevant de ce cas de figure [30]. Mais le plus remarquable ici est certainement l'embarras d'Aristote. De fait, la difficulté soulevée ne semble guère avoir de sens dans le développement suivi par les *Seconds Analytiques*, qui ont d'emblée interdit qu'une liaison non essentielle soit objet de science et donc de problème. Mais cet embarras n'est pas nécessairement surprenant et vient plu-

29. 85 b 19-22.

30. Comme exemple de cette interprétation voir J. VUILLEMIN, *De la Logique à la Théologie*, Flammarion, 1967, p. 13-17, et plus récemment M. CRUBELLIER, « La beauté du monde. Les sciences mathématiques et la philosophie première », *Revue internationale de Philosophie*, 1997, n° 3, « La métaphysique d'Aristote », p. 307-331.

tôt confirmer la cohérence du corpus. Comme nous l'avons vu à propos de M 3, la délimitation d'un niveau καθόλου, qui réapparaît dans les deux passages précédents des *Analytiques Seconds*, conduit immédiatement à poser la question d'un type d'attribution plus large que le « par soi » et pourtant non accidentel.

A défaut de pouvoir entrer dans les détails de ces problèmes très riches, nous pouvons au moins remarquer la manière dont les différents éléments que nous venons de croiser s'agencent les uns aux autres pour former l'armature d'un problème consistant et pour donner à la question d'une « mathématique universelle » une importance centrale, qui demanderait à être étudiée pour elle-même. Au fil des exemples, nous avons vu apparaître deux éléments importants : d'une part, la manière dont Aristote s'appuie sur la donnée d'un niveau καθόλου en mathématiques pour s'opposer à ses prédécesseurs (*Mét.* M 2 et 3 ; Δ 15 ; N 1 ; *An. Post.* I, 5) ; d'autre part, les difficultés que porte cette stratégie et qui forment autant d' « anomalies » du traitement aristotélicien, aussi bien au niveau de la définition d'une science universelle (E 1) qu'au niveau du type d'attribution (M 3) et de démonstration (*An. Post.* II, 17) qu'elle mobilise en mathématiques.

3. Les théories mathématiques

Revenons maintenant au premier passage des *Analytiques Seconds* : à quoi Aristote peut-il faire référence ? Quelle nouvelle théorie de la démonstration était susceptible de fournir un modèle de généralité authentiquement « universel » à ses yeux ? Du fait que l'exemple mentionné est la permutativité de la proportion, les regards se sont assez naturellement tournés vers la proposition V, 16 des *Eléments*. Comme nous l'avons déjà rappelé, la théorie du livre V a, en effet, ceci de particulier qu'elle vaut aussi bien des grandeurs commensurables et incommensurables, ce qui lui donne un haut niveau de généralité. Réciproquement, la proposition VII, 13 qui démontre cette même propriété dans le cas des proportions entre nombres et qui pouvait soutenir un premier modèle de théorie générale (πρός τι κατ' ἀριθμόν), ne pouvait être « exportée » aux grandeurs que dans un cas finalement très particulier (celui où elles ont une mesure commune). Enfin, si l'on accepte l'attribution de cette théorie à Eudoxe, l'idée que cette théorie « universelle » était « nouvelle » à l'époque d'Aristote et amenait à reconsidérer la compréhension du καθόλου, que les platoniciens avaient mis au cœur de leur dispositif, serait tout à fait cohérente.

Mais cette interprétation, que nous avons déjà entrevue avec les néoplatoniciens et qui se perpétuera jusqu'à l'époque contemporaine, présente des difficultés redoutables. De fait, comme y insistait Marinus, la théorie du livre V ne s'applique spécifiquement qu'à des grandeurs. Certes Aristote a rappelé que les Grecs ne disposent pas d'un nom permettant de désigner à la fois les grandeurs géométriques et les nombres, mais la vraie question est de savoir si cette absence de nom masque un objet anonyme ou une absence d'objet. S'il existe un objet anonyme universel désigné en creux sous la μέγεθος du livre V, la question se pose immédiatement de savoir pourquoi une démonstration séparée est néanmoins proposée pour les nombres au livre VII (puisque la démonstration universelle est censée valoir pour eux). Plus profondément, il faut prendre garde que les deux démonstrations exploitent, conformément à la doctrine aristotélicienne, des traits essentiels de leurs objets respectifs. D'un autre côté, si nous considérons qu'il n'y a pas d'objet anonyme universel, force est de se demander quelle forme pourrait prendre chez Euclide une démonstration universelle. Le fait qu'il existe deux démonstrations tendrait plutôt à montrer que les *Eléments* correspondent au moment où les démonstrations étaient « séparées ».

Cette difficulté soulevée par le témoignage d'Aristote a profondément intrigué les historiens des mathématiques et a donné lieu à différentes tentatives d'interprétation. La plus célèbre, et la plus répandue, a consisté à réintroduire dans le débat un troisième terme « caché ». On doit à Zeuthen, puis à Becker, d'avoir défendu l'existence d'une théorie des rapports « intermédiaire » et oubliée, fondée sur le procédé d'anthyphérèse [31]. Cette théorie aurait eu le mérite d'être à la fois plus générale que la théorie des rapports entre nombres et néanmoins encore « séparée », au sens où la démonstration de permutativité exigeait de distinguer les cas de figure [32]. Cette position donnait une base plus stable pour discuter de l'universalité que l'on pouvait alors accorder ou non à la théorie du livre V. Au moins deux voies s'ouvraient alors : l'une voyait dans la μέγεθος le *prolongement* de l'unité entre nombre et grandeurs géométriques, d'abord assurée dans la théorie anthyphérétique (position vers laquelle s'oriente Becker) ; l'autre considérait, au contraire, l'intervention de la μέγεθος comme une *régression* par rapport à une théorie plus abstraite (position défendue, par exemple, par J.-L. Gardies qui attri-

31. L'anthyphérèse désigne le célèbre procédé de « retranchement alterné » qu'Euclide met en oeuvre pour les nombres dans le livre VII (dès VII, 1) et pour les grandeurs dans le livre X (dès X, 2). Le soutien de cette interprétation est, à nouveau, un texte d'Aristote (*Topiques* VIII, 158 b 29-35), à condition d'en accepter le commentaire par Alexandre d'Aphrodise. On trouvera les éléments du dossier ainsi qu'une discussion critique dans l'édition par B. Vitrac des *Eléments* (P.U.F., 1994, coll. « Bibliothèque d'histoire des sciences », vol. 2, p. 507-523).

32. On trouvera la reconstruction de cette théorie dans O. Becker, *Eudoxios-Studie*n dans *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, 1933, qui dit n'avoir pas connu l'interprétation de Zeuthen (publiée en danois en 1917). L'hypothèse de Becker a été reprise et affinée par un grand nombre de commentateurs comme Van der Waerden, W. Knorr, D. Fowler ou J.-L. Gardies. On en trouvera une critique détaillée dans B. Vitrac, « Umar-al Hayyam et l'anthyphérèse », *Fahrang. Quaterly Journal of Humanities and Cultural Studies*, vol. 14, n. 39-40, Winter 2002, p. 137-192.

bue la théorie abstraite à Eudoxe [33]). Notre propos n'est pas du tout d'entrer dans ces discussions techniques très subtiles, mais de leur porter une objection simple, qui a pourtant rarement arrêté les commentateurs — du fait, nous semble-t-il, que l'on n'a justement pas prêté attention au problème *philosophique* du καθόλου en mathématiques.

Dans tous ces cas, en effet, on s'appuie sur Aristote pour lui faire témoigner positivement de l'existence d'une théorie qui contredirait ses conceptions philosophiques les plus centrales alors même, rappelons-le, qu'il est *la seule source* sur la question. Ni l'incommunicabilité des genres, ni l'équivocité de la mesure, ni le caractère non séparé de l'universel mathématique ne paraissent pouvoir résister à l'existence d'un procédé de mesure univoque (rôle qu'on veut faire jouer à l'anthyphérèse), ou à l'existence d'un genre universel de la quantité (qu'on lui conserve son anonymat ou qu'on le désigne par la μέγεθος ou le ποσόν).

Inversement, on ne semble pas avoir prêté une attention suffisante au fait que les « difficultés » de la théorie euclidienne, qu'on veut alors lever, sont *assumées* par l'interprétation aristotélicienne. Que dit, en effet, Aristote? Que les propositions universelles en mathématiques ne se rapportent *à rien en dehors* des nombres et des grandeurs, mais qu'elles supposent pourtant que nous fassions abstraction de ce qui appartient « par soi » à la grandeur (ou au nombre) et qui se trouve invoqué dans la proposition. Le mystère qui intrigue les modernes est *le fait* sur lequel il s'appuie pour objecter aux platoniciens qu'un savoir universel, s'il se fonde sur la parenté et la communauté des *mathêmata*, doit précisément accepter à son principe une forme d'équivocité (et non la forme rassurante d'une οὐσία ou d'un « genre commun »). On peut assurément convoquer les premières propositions du livre X pour établir une forme d' « unité » des objets, mais pas au sens où aurait existé un procédé de comparaison universel *effectif* permettant de les traiter uniformément (dont on ne trouvera d'ailleurs aucune trace dans Euclide). Ce que nous apprenons au livre X est simplement que les rapports entre grandeurs *commensurables* sont équivalents (au sens mathématique du terme) à des rapports entre nombres — dans le cas des grandeurs incommensurables, à l'inverse, l'anthyphérèse ne s'arrête jamais et ne se laisse donc pas exprimer sous la forme d'un rapport numérique. Or il n'est pas possible de conclure, à partir du seul témoignage d'Aristote, que ce dernier cas était donc « subsumé » dans le traitement général du livre V (ou qu'il permet de délimiter un niveau plus général, « séparé »). Il faut alors ajouter des conjectures fortes sur le caractère effectif du procédé de comparaison (notamment sur la possibilité d'une comparaison des développements anthyphérétiques *y compris lorsqu'ils sont illimités* — à la manière des fractions continues, dont feront usage les mathématiciens arabes). Or ce qu'argumente Aristote,

33. *L'héritage épistémologique d'Eudoxe de Cnide*, Paris, Vrin, 1988.

et qui concorde parfaitement avec le traitement euclidien, est précisément que l'universalité ne parvient *pas* à s'exprimer sous cette forme univoque et séparée. Bien plus, comment pourrait-on faire témoigner Aristote de la possibilité de traiter, autrement qu'en puissance (et donc de manière non effective), des développements *illimités*?

Le fait même que les commentateurs aient à tout prix voulu régler cette « anomalie » du traitement euclidien nous semble moins indiquer ici une faiblesse qu'une force: celle de l'argument aristotélicien, qui prend directement appui sur *un fait* de la mathématique ancienne qui résiste à la réduction et nécessite des conjectures très fortes (et souvent totalement anachroniques) pour être dépassé. Le problème d'interprétation, qu'on l'appelle « philosophique » ou non, est ici porté par la théorie elle-même et intéressera d'ailleurs, au cours du temps, mathématiciens aussi bien que philosophes. Nombre de lecteurs, à commencer par les commentateurs arabes, auront à cœur de reformuler cette théorie de telle sorte qu'elle puisse enfin manifester *univoquement* l'unité qu'elle exprimait de manière équivoque et non séparée. C'est dans ce contexte que l'on verra apparaître les premières réécritures « anthyphérétiques » de la théorie des rapports et proportions [34]. Une autre voie, dont les premières traces semblent apparaître à la Renaissance, consistera à élaborer une théorie réellement abstraite de la proportion — mais sous une conception de l'abstraction, qui nous sépare précisément des mathématiques anciennes et qui marque le début d'une autre ère de la « mathématique universelle ».

De ce parcours, malheureusement trop rapide, nous pouvons au moins tirer une conclusion importante: s'il paraît difficile de délimiter clairement la ou les théories mathématiques « universelles » sur lesquelles les auteurs du corpus prétendent s'appuyer, il n'est pas difficile de comprendre l'enjeu de cette volonté de rester en contact avec les mathématiques. De fait, en étudiant les usages du καθόλου mathématique chez Aristote, nous avons vu à la fois que ce thème tenait une place centrale dans son dispositif métaphysique et qu'il était systématiquement adossé à une certaine donnée des mathématiques — donnée qui concorde, à tous égards, avec ce que nous pouvons trouver dans les *Eléments* d'Euclide. Nous nous apercevons alors que beaucoup de difficultés ressenties par les lecteurs anciens et modernes d'Euclide sont constitutives d'un problème que le mathématicien et le philosophe ont ici en partage: celui de l'unité de la mathématique. C'est ce problème qui va traverser aussi bien l'histoire des mathématiques que celle de la philosophie pour informer les conceptions de la « mathématique universelle » jusqu'à la *mathesis universalis* de l'âge classique.

34. Voir l'article de B. Vitrac cité note 32.

Résumé : *Cet article se propose d'étudier le concept de « mathématique universelle », apparue chez des philosophes comme Aristote, Jamblique et Proclus, dans son rapport à la mathématique. On essaye notamment de montrer qu'il ne se réduit ni à une interprétation extérieure à la donnée mathématique, ni à une pure et simple référence à une théorie, mais s'appuie sur un problème, celui de l'universalité en mathématiques, qu'il s'agit de reconstituer.*

Mots-clés : *Mathématiques. Philosophie. Antiquité. Mathesis Universalis. Aristote. Proclus. Euclide.*

Abstract : *In this paper, we study the concept of « universal mathematics » used by philosophers like Aristotle, Jamblichus and Proclus, in its relationship to mathematics. We try to show that it stands neither for a free interpretation of a mathematical datum, nor for a pure and simple reference to given mathematical theory, but is grounded on a fundamental problem which we attempt to reestablish, that of the universality of mathematics.*

Key words : *Mathematics. Philosophy. Antiquity. Mathesis Universalis. Aristotle. Proclus. Euclid.*