

MATH421 - Examen du 28 mars 2017

La correction tiendra grandement compte de la clarté et de la rigueur de l'expression.

- (3 pts) **Questions de cours 1.** Soient a et b deux réels tels que $a < b$ et $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. On note \mathcal{F} l'ensemble de toutes les primitives de f sur $[a, b]$. Justifier l'égalité

$$\mathcal{F} = \{[a, b] \ni x \mapsto C + \int_a^x f; C \in \mathbb{R}\}.$$

- (2 pts) **Question de cours 2.** Énoncer et prouver le théorème de changement de variables.

- (5 pts) **Exercice 1.** Donner la famille des primitives de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{(x^2 - x + 2)^2}.$$

- (5 pts) **Exercice 2.** Montrer que la fonction $x \mapsto \cos x + \sin^2 x$ ne s'annule pas sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ puis donner la famille des primitives de la fonction $g : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}], g(x) = \frac{\sin x}{\cos x + \sin^2 x}.$$

- (5 pts) **Exercice 3.** Donner la famille des primitives de la fonction $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}.$$