

## MATH421 - Examen du 1er avril 2015

*La correction tiendra grandement compte de la clarté et de la rigueur de l'expression.*

(2 pts) **Questions de cours 1.** Soient  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $a < b$ . Montrer que si une fonction  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  est Riemann-intégrable, elle est bornée.

(3 pts) **Question de cours 2.** Énoncer et prouver le théorème fondamental de l'analyse.

(3 pts) **Question de cours 3.** Énoncer et prouver le théorème de changement de variables.

(3 pts) **Exercice 1.** Donner la famille des primitives  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}.$$

(3 pts) **Exercice 2.** Donner la famille des primitives  $G : ]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}[ \rightarrow \mathbb{R}$  de la fonction  $g : ]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}[ \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall x \in ]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}[, f(x) = \frac{1}{\sin(x)}.$$

(3 pts) **Exercice 3.** Donner la famille des primitives  $H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de la fonction  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = \frac{\sin^3(x)}{2 + \cos(x)}.$$

(5 pts) **Exercice 4.** Donner la famille des primitives  $I : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de la fonction  $i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, i(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + \pi}}.$$

Quelle est la famille des primitives  $J : ]0, 1[ \cup ]2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  de la fonction  $j : ]0, 1[ \cup ]2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall x \in ]0, 1[ \cup ]2, +\infty[, j(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + \pi}} ?$$