

## MATH602 - Devoir février 2019

**Exercice 1.** Soit  $G$  le graphe de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = |x|.$$

$G$  est-il le support d'un arc géométrique immergé (la réponse devra être la conséquence d'une preuve) ?

**Exercice 2.** On oriente le plan  $\mathbb{R}^2$  par la base canonique et on considère l'arc géométrique orienté  $\Gamma$  dont une paramétrisation orientée est

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ t &\mapsto (t, t^2) \end{aligned}$$

1. Tracer le support  $\mathcal{S}$  de  $\Gamma$  et donner son repère de Frenet en  $f(t)$ , pour tout  $t \in \mathbb{R}$ .
2. Calculer la courbure algébrique et le rayon de courbure algébrique de  $\Gamma$  en  $f(t)$ , pour tout  $t \in \mathbb{R}$ .
3. Pour tout  $t \in \mathbb{R}$ , on note  $C(t)$  le centre de courbure de  $\Gamma$ . Tracer le support de l'arc paramétré  $\sigma : \mathbb{R} \ni t \mapsto C(t)$ .
4. Calculer  $\ell(\sigma_{|[0,t]})$ .

**Exercice 3.** On oriente  $\mathbb{R}^3$  par la base canonique et on considère l'arc géométrique orienté  $\Gamma$  dont une paramétrisation orientée est

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ t &\mapsto (\cos t, \sin t, t) \end{aligned}$$

1. Tracer le support  $\mathcal{S}$  de  $\Gamma$  et donner son repère de Serret-Frenet en  $f(t)$ , pour tout  $t \in \mathbb{R}$ .
2. Calculer la courbure et la torsion de  $\Gamma$  en  $f(t)$ , pour tout  $t \in \mathbb{R}$ .